

# **La prova nazionale e i test PISA come occasione di riflessione**

## **linee di lavoro possibile**

# 1. Dal punto di vista della programmazione curricolare

- ✓ Analizzare l'insieme dei quesiti delle prove in relazione alle Indicazioni per il curricolo
  - rispetto ai nuclei Numeri, Spazio e figure, Relazioni e funzioni, Misure dati e previsioni
  - rispetto agli obiettivi di apprendimento
  - rispetto alle “idee chiave” PISA: spazio e forma, cambiamento e relazioni, quantità, incertezza

**ESEMPIO**

La prova nazionale consisteva di 21 quesiti, la maggioranza dei quali a scelta multipla mentre alcuni quesiti erano aperti e si richiedeva di scrivere il procedimento seguito. Non era previsto l'uso della calcolatrice tascabile.

<b>Nuclei</b>	<b>N° quesiti</b>
<b>Numero</b>	<b>6</b>
<b>Spazio e figure</b>	<b>7</b>
<b>Relazioni e funzioni</b>	<b>3</b>
<b>Misura, dati, previsioni</b>	<b>5</b>

L'insieme dei quesiti appare abbastanza coerente con le Indicazioni Nazionali del 2007, ma anche con i programmi del passato e con i contenuti che vengono svolti nella scuola secondaria di 1° grado

il numero dei quesiti *Misura, dati e previsioni* è "alto" rispetto alla prassi consolidata, che vede, generalmente, la trattazione di questi argomenti (in particolare *Dati e previsioni*) schiacciata all'ultimo anno di scuola media e spesso in alternativa fra loro.

**ESEMPIO**

N° degli item per ogni “idea chiave”,  
nei test PISA rilasciati, a confronto con  
il N° di quesiti INVALSI:

test PISA

test INVALSI

<u><i>Idee chiave</i></u>	<u><i>N° item</i></u>
Quantità	9
Spazio e forma	8
Cambiamento e relazioni	16
Incertezza	8

<u><i>Nuclei</i></u>	<u><i>N° quesiti</i></u>
Numero	6
Spazio e figure	7
Relazioni e funzioni	3
Misura, dati, previsioni	5

**ESEMPIO****Che idea di Geometria emerge?**

Non certo ridotta al solo calcolo di perimetri, aree e volumi!

Piuttosto emerge il suggerimento di sviluppare abilità come il “*saper vedere in geometria, conoscere proprietà delle figure,..*” Abilità che si costruiscono fin dalla scuola primaria

<b>C2</b>	<b>Rette parallele nel piano</b>
<b>C4</b>	<b>Formula del volume di un cilindro</b>
<b>C6</b>	<b>Area e perimetro di un quadrato</b>
<b>C9</b>	<b>Teorema di Pitagora</b>
<b>C11</b>	<b>Proprietà triangolo inscritto in una semicirconferenza</b>
<b>C13</b>	<b>Simmetria centrale</b>
<b>C16</b>	<b>Sviluppo piano di un cubo</b>

**Prova nazionale 2008  
Quesiti di Geometria**

## 2. Dal punto di vista dei contenuti disciplinari

2.1 **analizzare e discutere i contenuti matematici** presenti nelle prove INVALSI e PISA può aiutarci a stabilire quali **contenuti** dell'insegnamento e apprendimento della matematica sono **irrinunciabili** (non minimi né esclusivi!) alla fine del primo ciclo di istruzione;

## ESEMPIO

### *Le percentuali:*

Il significato di percentuale è uno strumento importante per risolvere problemi della vita reale!

- C5. In ottobre un maglione costa 100 euro. Prima di Natale il suo prezzo è aumentato del 20%. Nel mese di gennaio, con i saldi, il costo del maglione si è ribassato del 10% rispetto al prezzo natalizio. Quale affermazione è vera?
- A. Il maglione in gennaio ha un costo pari a quello di ottobre.
  - B. Il maglione in gennaio ha un costo maggiore rispetto a quello di ottobre dell'8%.
  - C. Il maglione in gennaio ha un costo inferiore rispetto a quello di ottobre del 10%.
  - D. Il maglione da ottobre a gennaio ha subito un rincaro del 10%.

**ESEMPIO****Il maglione**

Si tratta di calcolare la percentuale di una percentuale.

Il quesito è interessante perché non si chiede semplicemente di saper calcolare una percentuale ma di cogliere il **significato di percentuale**; era abbastanza prevedibile che gli studenti avrebbero calcolato la differenza fra le percentuali.

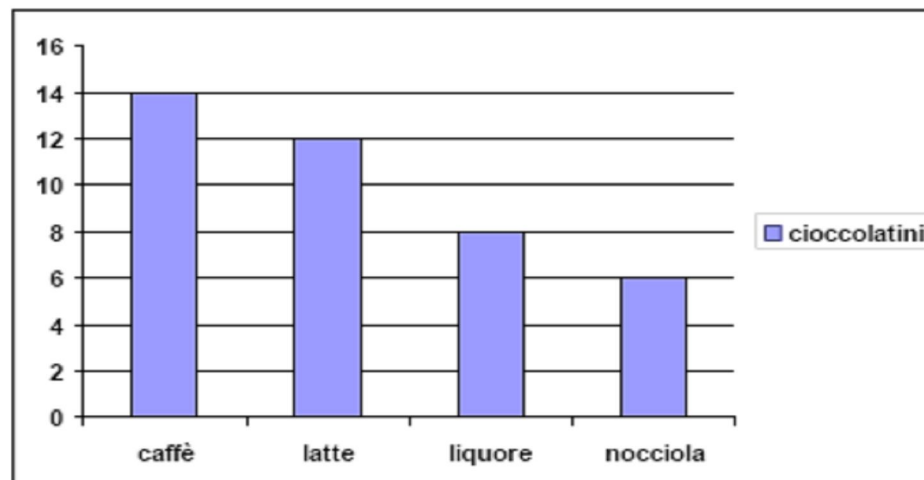
La domanda, che gli insegnanti dovrebbero porsi è: ***quanto lavoro facciamo in classe di riflessione sui significati di importanti concetti matematici come quello di percentuale, o di rapporto ?***

## 2. Dal punto di vista dei contenuti disciplinari

2.2. Analizzare e discutere certi contenuti presenti nei quesiti può servire per riflettere sui **diversi modi di presentare questi concetti matematici**

C7. Il grafico mostra il numero dei cioccolatini di diversi gusti contenuti in una scatola.

**ESEMPIO**



*I cioccolatini*

Prendendo un cioccolatino a caso, qual è la probabilità di scegliere un cioccolatino alla nocciola?

- A.  $\frac{6}{14}$
- B.  $\frac{6}{40}$
- C.  $\frac{6}{34}$
- D.  $\frac{1}{4}$

## **Cosa deve fare uno studente per rispondere correttamente?**

- ✓ Deve saper leggere il grafico
- ✓ Conoscere il concetto di probabilità classica
- ✓ Riconoscere la frazione che corrisponde alla probabilità

## **Cosa ci dice questo quesito?**

Un quesito sulla probabilità può anche essere associata alla lettura di un grafico (statistica) e non sempre e solo a situazioni riguardanti dadi o carte da gioco.

## Che approccio alla probabilità proponiamo?

Nella pratica didattica molto spesso l'unico **approccio** alla probabilità è quello **classico** (rapporto fra casi favorevoli e casi possibili di eventi equiprobabili); raramente teniamo conto anche **dell'approccio frequentista** (individuazione della probabilità di un evento in base alla frequenza con il quale questo evento si presenta).

### 3. Dal punto di vista dei

## processi cognitivi

Fermo restando che un quesito a scelta multipla o a risposta univoca non consente di verificare dei processi

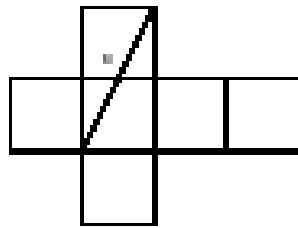
**TUTTAVIA**

alcuni quesiti possono mettere in luce aspetti interessanti legati a eventuali processi che si possono e devono sviluppare nelle attività di classe

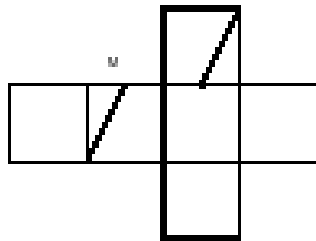
## ESEMPIO 1

*Il cubo: saper vedere in geometria*

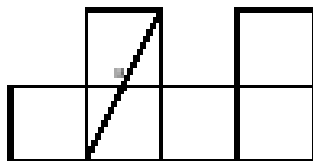
138. La figura rappresenta un cubo ed  $MF$  è il punto medio dello spigolo.  
Quale dei seguenti sviluppi piani corrisponde al cubo qui disegnato?



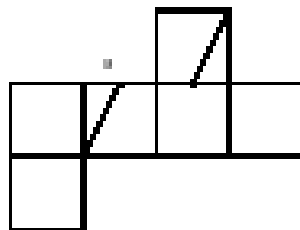
A.



B.



C.



D.

Gli allievi per rispondere devono **immaginare** di ricostruire il cubo tenendo conto della linea tracciata.

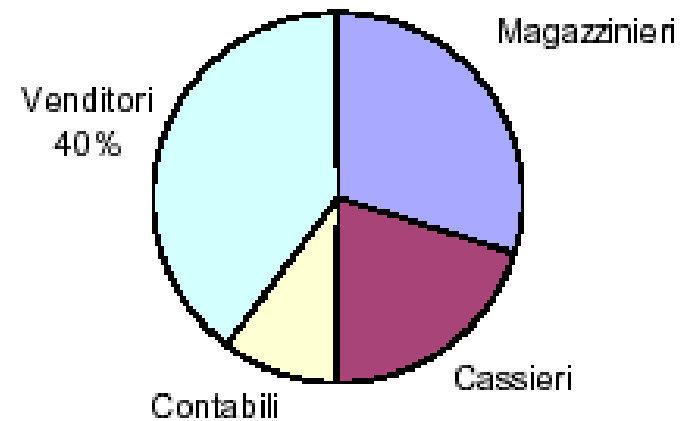
In gioco abbiamo il passaggio dal **piano allo spazio e viceversa**.

Sono attività che dovrebbero essere **introdotte** già dalla **scuola primaria** attraverso la costruzione concreta di solidi (scatole di diverse orme) e/o il loro sviluppo nel piano e **continue** nella **scuola media**.

**ESEMPIO 2*****Coordinamento di rappresentazioni diverse***

C21. In una grande libreria gli impiegati sono così suddivisi:

Mansione	Numero di impiegati
Magazzinieri	?
Cassieri	4
Venditori	8
Contabili	2



Qual è il numero dei magazzinieri?

Risposta \_\_\_\_\_

Scrivi il procedimento che hai seguito.

Le strategie di soluzioni possono essere diverse, ma tutte implicano di passare da una rappresentazione all'altra: percentuali, grafico e tabella

## 4. Dal punto di vista della pratica didattica

✓ Alcuni quesiti possono essere uno **spunto per una serie di attività** interessanti da fare **in classe**, tenendo conto anche di un **percorso di continuità verticale** tra scuola primaria e secondaria di I° grado

## ESEMPIO 1

## Fiammiferi

Abbiamo già visto il caso dei Fiammiferi come esempio di quesito intorno al quale si può costruire un percorso verticale sulle regolarità numeriche, l'approccio all'uso delle lettere e alla generalizzazione

1 3 7 13  31 43 57

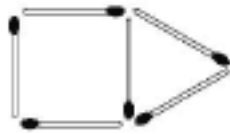


Figura 1

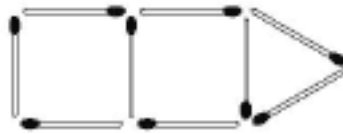


Figura 2

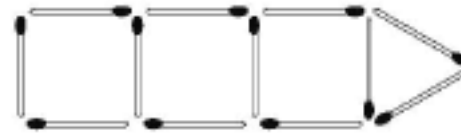


Figura 3



1 1 2 3 5 8 13 

Fibonacci

## ESEMPIO 2

### *Succhi di frutta*



C10. Una bottiglia di vetro, che vuota pesa 260 g, contiene 350 g di succo di frutta mentre una bottiglia di vetro, che vuota pesa 320 g, ne contiene 700 g.

Quanto vetro si risparmia confezionando 6 bottiglie da 700 g invece che 12 da 350 g?

Risposta \_\_\_\_\_

Scrivi il procedimento che hai seguito.

Il problema è interessante poiché si presta a diverse strategie di soluzione e quindi ad attività didattiche basate sul confronto di strategie di soluzione di problemi

## CONFRONTO

### STRATEGIA A

$(260 \times 12) = 3120$  g  
bottiglie da 350 g di  
succo

$(320 \times 6) = 1920$  grammi  
bottiglie da 700 g di  
succo

$(3120 - 1920) = 1200$  g  
risparmio di vetro

### STRATEGIA B

$(320 : 2) = 160$  g      vetro  
necessario per 350  
grammi di succo

$(260 - 160) = 100$  g  
risparmio di vetro per  
350 g di succo

$(100 \times 12) = 1200$  g  
risparmio totale di  
vetro

In che cosa sono diverse le due strategie? In che cosa sono uguali? Perché la strategia B “funziona”?

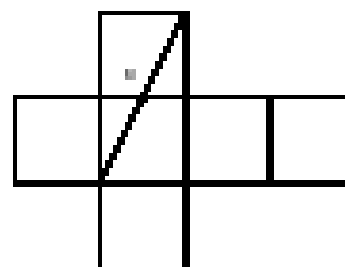
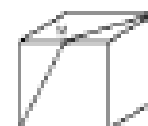
## ESEMPIO 3

## II CUBO

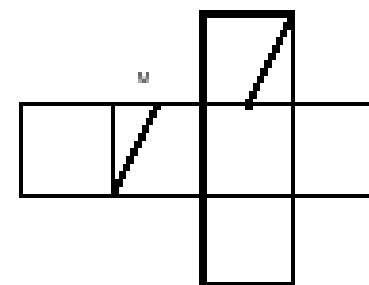


Un problema complesso  
sta sullo sfondo di  
questa prova!  
Quali suggerimenti  
didattici?

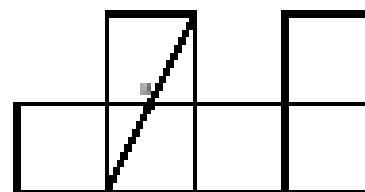
C16. La figura rappresenta un cubo ed  $M$  è il punto medio dello spigolo.  
Quale dei seguenti sviluppi piani corrisponde al cubo qui disegnato?



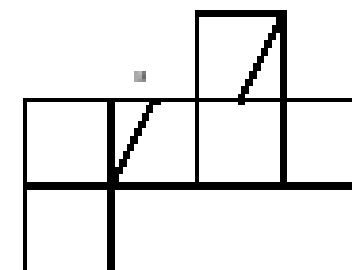
A.



B.

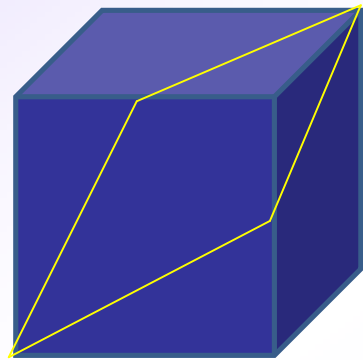


C.



D.

- Si tratta dei cammini minimi da un vertice del cubo a quello opposto



- Quanti sono?
- Come risultano disegnati nei piani quando considero lo sviluppo?
- E su sviluppi diversi?

## 5 Dal punto di vista dei

### risultati degli studenti: analisi degli errori

✓ Analisi dei risultati a livello nazionale, regionale o di classe: riflettere su quelle che sono i quesiti che creano più difficoltà o anche su quelli che non ne creano nessuna può essere molto interessante.

**ESEMPIO 1*****Il maglione ossia le percentuali***

		Omiss	A	B	C	D
Numero	C5	4,3	2,2	15,2	18,8	59,5

- Il 15,2% ha risposto correttamente
- Il 59,5 % ha risposto *“il maglione da ottobre a gennaio ha subito un rincaro del 10%”* facendo la differenza fra le due percentuali
- Il 18,8 % ha risposto *“il maglione in gennaio ha un costo inferiore rispetto a quello di ottobre del 10%”* anche in questo caso gli studenti hanno fatto la differenza fra le percentuali
- Il 4,3% non ha risposto

**Il quesito riguarda non tanto il calcolo di una percentuale, ma il significato di percentuale: il 10% di che cosa? Che significato ha?**

**L'84,8% degli studenti di III° non ha chiaro cosa significa una percentuale!**

**ESEMPIO 2**

**Un esempio dalle prove INVALSI  
2004/05 Classe IV° primaria**

**Domanda n° 20**  
**A quale numero**  
**corrispondono 240 decimi?**

- A. 2400
- B. 24
- C. 2,4
- D. 0,24

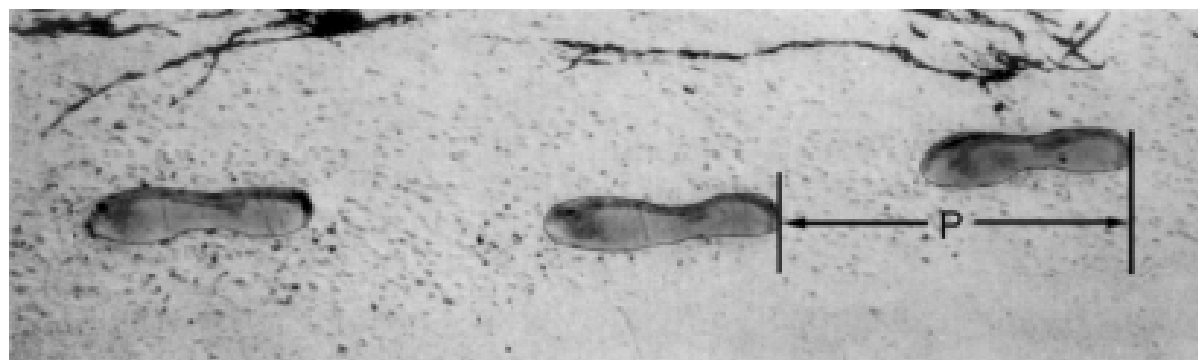
**Solo il 42,06% dei bambini**  
**risponde correttamente!**

Il quesito riguarda il valore posizionale del numero, ma la tipologia dell'esercizio non riguarda semplicemente una trascrizione quanto piuttosto la struttura del numero e il suo significato

## ESEMPIO 3

## Un esempio preso da OCSE-PISA

### ANDATURA



La figura mostra le orme di un uomo che cammina. La lunghezza  $P$  del passo è la distanza tra la parte posteriore di due orme consecutive.

Per gli uomini, la formula  $\frac{n}{P} = 140$  fornisce una relazione approssimativa tra  $n$  e  $P$

dove:

$n$  = numero di passi al minuto, e

$P$  = lunghezza del passo in metri.

STIMOLO



## Domanda 1: ANDATURA

Se la formula si applica all'andatura di Enrico ed Enrico fa 70 passi al minuto, qual è la lunghezza del passo di Enrico? Scrivi qui sotto i passaggi che fai per arrivare alla risposta

**Livello di difficoltà: 5 (su 6 livelli) quindi considerato alto**

**Risultati risposte corrette**

**PISA 2003**

Italia 15,8%      OCSE 35,9%

**Omissioni**

Italia 40,8%      OCSE 20,7%

## Cosa deve fare uno studente per rispondere correttamente?

- ✓ Ricavare il dato dal testo  $n=70$
- ✓ Fare una sostituzione nella formula data  $n/p= 140$   
 $70/p= 140$   $p=70/140$   $p=0,5$  m lunghezza passo
- ✓ Interpretare il risultato

## Dalle interviste di Stefania Pozio a studenti di classe I° (secondaria di II° grado)

- $140/70 = 2$  errore più frequente;
- $140:70 =$  segue risultato errato. ("Due cm sono una distanza troppo piccola quindi la lunghezza sarà di 20 cm").
- $70/60 = 1,16$  (numero di passi al minuto)
- $140 * 70 = 9800$

**Omar:** 140 per 70 (*batte sulla calcolatrice*) 9800.....questa sarebbe la lunghezza dei passi (*poi ci ripensa*)... **però mi sa che quella prima era sbagliata...** ....perché mi sono reso conto che 9800 metri sono troppi per un passo... quindi.....**forse** sarà 140 diviso n..... 2 metri.

**L'analisi degli errori è spesso più significativa dei risultati**

**Nei problemi molti studenti prendono i numeri e fanno operazioni a caso**

**Dividere un numero per un numero più "grande" è per molti ancora un tabù**

## 6. l'analisi dei procedimenti

- ✓ alcuni quesiti INVALSI e molti items PISA chiedono di esplicitare il procedimento seguito,
- ✓ potrebbe risultare interessante analizzare queste risposte,
- ✓ oppure utilizzare i quesiti come “palestra” con gli studenti di quest'anno,
- ✓ analizzare i diversi procedimenti proposti non certo per addestrare gli allievi alla risoluzione;
- ✓ un confronto sulle diverse risoluzioni può essere una interessante attività di riflessione da fare anche in classe

**Ad esempio il problema dei succhi di frutta visto prima**

## 7. Previsione dell'insegnante sui possibili risultati

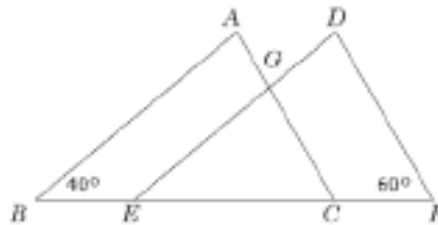
Sul sito dell'INVALSI si dovrebbe trovare sia la prova dello scorso anno sia l'esempio che fu rilasciato prima della prova.

Chiedersi e fare **previsioni su come potrebbero comportarsi i nostri studenti** è un bell'**esercizio di autoformazione** e può presentare delle sorprese

## ESEMPIO 1

Dal sito INVALSI, prima della prova nazionale

C4. Nella figura i triangoli  $ABC$  e  $DEF$  sono congruenti con  $BC = EF$ .



Quale è la misura dell'angolo  $EGC$ ?

- A.  $40^\circ$
- B.  $60^\circ$
- C.  $80^\circ$
- D.  $100^\circ$

**Il quesito destava qualche preoccupazione negli insegnanti che ci vedevano il teorema di Talete**

**In molti casi quasi tutti gli studenti hanno risposto correttamente al quesito, con sorpresa dell'insegnante, immaginando una traslazione che facesse sovrapporre i due triangoli!**

Buon

lavoro... ;-)